DOI:10.16016/j.1000-5404.1989.04.002

人冠状动脉的生物力学特性

Ⅱ.二维载荷下的应力-应变关系*

姜宗来 何光篪（解剖学教研室）

提 要 本文在生物软组织试验台上，对7例成人的左冠状动脉前室间支、旋支、右冠状动脉、胸廓内动脉以及大隐静脉进行了二维载荷的力学试验。上述血管的二维载荷下的应力-应变关系以指数型应变能函数表达。讨论了血管二维材料常数的意义。

关键词 生物力学；主动脉冠状动脉分流术；胶原；弹性蛋白；应激能力；二维

血管壁材料是各向异性的，一维载荷力学试验较简单易行，然而它不能提供血管全部应力、应变分量之间的关系。二维加载的力学试验将考虑多维应力的作用，更能反映血管在体工作时的受力情况。进行冠状动脉的二维载荷试验，旨在进一步了解冠状动脉的力学性质。同时，对冠状动脉旁路移植最常选用的胸廓内动脉和大隐静脉，进行二维载荷试验，以便与冠状动脉进行比较，为冠状动脉的临床研究提供力学基础。

材 料 和 方 法

本文所用7例成人的左冠状动脉前室间支及旋支、右冠状动脉、胸廓内动脉和大隐静脉的材料来源、取材部位及分组均与一维载荷试验相同[1]。各组血管的具体实验例数见结果部分有关图表。

血管二维载荷试验装置是在一维载荷试验装置[1]基础上，增加电视尺寸分析仪（Video-Dimension Analyzer, VDA）及其辅助系统、血管循环灌注和灌注压力检测系统组成，见图1。

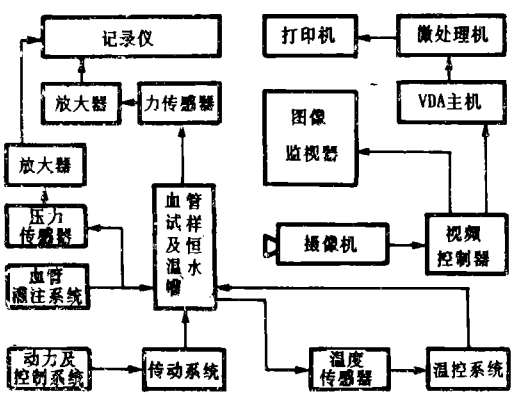


图1 二维载荷试验装置框图

*国家自然科学基金资助项目

本文所用电视尺寸分析仪（重庆大学电化教学研究室和生物工程研究中心联合研制），取样速度75次/s，测量误差小于0.01mm。

实验步骤

按一维载荷试验[1]中描述的方法准备好血管段之后，在血管段中部用油溶性黑色颜料染一宽4～7 mm的黑色带。将血管的两端分别固定在实验台的上、下连接器上。血管上端封闭并通过连接器与力传感器相连，下端通过连接器与传动系统相连并与血管灌注系统的导管相通。血管及与其相通的导管无泄漏、无气泡并充满Krebs液。压力传感器、力传感器均经过标定、校零。实验全过程，血管水浴在Krebs液中，水温保持在37°C±0.25°C，pH 7.4±0.1，同时得到良好的照明。

血管轴向拉伸至在体长度，用蠕动泵以1 ml/min的恒定速率，对血管施行0～24kPa(0～180mmHg)范围的循环加压和减压10次，作为对血管的预处理。

预处理后，对血管进行0～24kPa范围的逐步加压，每步递增2.7kPa，间隔至少20s。电视摄像机聚焦于血管中部的黑色带，监测随压力变化的血管外径变化。在2次加压、减压循环后，将摄像机原位旋转90°，再对血管重复2次加压、减压循环，以监测随压力变化的血管长度的变化，所有血管均分别做如上4次试验。血管轴向受力的变化由力传感器检测并由记录仪记录。这样，随血管内压力的逐步递增，每步都得到血管相应的外径、长度和轴向力值。

理论分析与数据处理

正常的血管可以看作受内压作用并沿轴向拉伸的圆柱形管。它的壁并不是非常薄，然而，为了便于理论分析，可以将血管假设成薄壁的圆管。若取

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

柱坐标{γ、θ、z}，γ、θ、z分别代表血管的径向、周向和轴向且z轴定于血管的中心，则作用于血管壁的正应力分别是$\sigma_{\gamma\gamma}$、$\sigma_{\theta\theta}$、σ_{zz}。令血管变形前、后的内半径分别为a_o、a，各自对应的壁厚分别为h_o、h。血管壁为不可压缩材料，它变形前后的体积不变[2]。因此

$$(a+\frac{h}{2})h = (a_o+\frac{h_o}{2})h_o \quad \cdots\cdots (1)$$

若$h \ll a$，则

$$ah = a_o h_o \quad \cdots\cdots (2)$$

血管内壁的最大径向应力$\sigma_{\gamma\gamma}$是血压P，平均周向应力$\bar{\sigma}_{\theta\theta}$为：

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{Pa}{h} \quad \cdots\cdots (3)$$

如果P是血管壁内外的压力差，$\sigma_{\gamma\gamma}$、$\sigma_{\theta\theta}$沿壁厚是不均匀的，两者在内壁最大，$\gamma=a$，则两应力的比是：

$$\frac{\bar{\sigma}_{\theta\theta}}{|\sigma_{\gamma\gamma}|_a} = \frac{a}{h} \quad \cdots\cdots (4)$$

应用方程2，我们可以将上式写成：

$$\frac{\bar{\sigma}_{\theta\theta}}{|\sigma_{\gamma\gamma}|_a} = (\frac{a}{a_o})^2 \frac{a_o}{h_o} \quad \cdots\cdots (5)$$

通常a_o/h在4～7之间，a/a_o在1.5～2.0之间，因而平均周向应力是最大径向应力的9～28倍，故作为近似，与$\sigma_{\theta\theta}$比较，$\sigma_{\gamma\gamma}$可以忽略不计。同时，$\sigma_{\theta\theta}$、σ_{zz}沿壁厚的不均匀性差异很小，属于同一数量级，可以认为它们是均匀分布的[3]。

如果我们接受血管的周向应力$\sigma_{\theta\theta}$和轴向应力σ_{zz}沿壁厚均匀分布，径向应力为零的简化假设，那么血管的应力可以简化为二维问题来处理。按照冯元桢的生物软组织拟弹性理论[3]，可以引进应变能函数$P_oW^{(2)}$、Kirchhof应力$S_{\theta\theta}$、S_{zz}分别为：

$$\left.\begin{aligned} S_{\theta\theta} &= \frac{\sigma_{\theta\theta}}{\lambda_\theta^2} = \frac{\alpha(P_oW^{(2)})}{\alpha E_{\theta\theta}} \\ S_{zz} &= \frac{\sigma_{zz}}{\lambda_z^2} = \frac{\alpha(P_oW^{(2)})}{\alpha E_{zz}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (6)$$

λ_θ、λ_z分别是血管壁中面的周向和轴向伸长比，且应变为：

$$\left.\begin{aligned} E_{\theta\theta} &= \frac{1}{2}(\lambda_\theta^2 - 1) \\ E_{zz} &= \frac{1}{2}(\lambda_z^2 - 1) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (7)$$

当作两维物体的血管壁是不可压缩的（即它的面积是可以改变的）。因此，没有平均应力的不确定性。

设血管初始状态的半径和壁厚用大写字母表示，变形后的半径和壁厚用小写字母表示。下标i和o分别表示血管内、外表面，那么由平衡条件得到平均应力：

$$\langle\sigma_{\theta\theta}\rangle = \frac{P_i\gamma_i - P_o\gamma_o}{h} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\langle\sigma_{zz}\rangle = \frac{F + P_i\pi\gamma_i^2 - P_o\pi\gamma_o^2}{\pi(\gamma_o^2 - \gamma_i^2)} \quad \cdots\cdots (9)$$

式中，F是作用于血管的轴向力。F、R_o、$H = R_o - R_i$在本文实验中已测得；γ_o及$\lambda_z = l/L_o$作为Pi的函数在实验中也已得到。若考虑$P_o = 0$，方程8即可写成：

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{P_i(\gamma_o - h)}{h} = \frac{P_i\gamma_o}{h} - P_i \quad \cdots\cdots (10)$$

我们定义λ_θ为：

$$\lambda_\theta = \frac{(\gamma_o + \gamma_i)/2}{(R_o + R_i)/2} \quad \cdots\cdots (11)$$

我们注意到，血管体积保持恒定，则：

$$\pi h(\gamma_o + \gamma_i) = \pi H(R_o + R_i) \quad \cdots\cdots (12)$$

$$\frac{h}{H} = \frac{R_o + R_i}{\gamma_o + \gamma_i} = \frac{1}{\lambda_\theta} \quad \cdots\cdots (13)$$

因此，方程10可写成：

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{P_i\gamma_o\lambda_\theta}{H} - P_i \quad \cdots\cdots (14)$$

则，$$S_{\theta\theta} = \frac{P_i\gamma_o}{H\lambda_\theta} - \frac{P_i}{\lambda_\theta^2} \quad \cdots\cdots (15)$$

而方程9可写成：

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= \frac{F + P_i\pi\gamma_i^2}{\pi h(\gamma_o + \gamma_i)} = \frac{F + P_i\pi\gamma_i^2}{\pi H(R_o + R_i)} \\ &= \frac{F}{\pi H(2R_o - H)} + \frac{P_i\gamma_i}{h} \cdot \frac{\gamma_i}{\gamma_o + \gamma_i} \\ &= \frac{F}{\pi H(2R_o - H)} + \frac{\sigma_{\theta\theta}}{2} \quad \cdots\cdots (16) \end{aligned}$$

如果我们忽视$\gamma_i/(\gamma_o + \gamma_i)$和1/2之间小的差别，则最后项成立，因此，

$$S_{zz} = \frac{F}{\lambda_z^2\pi H(2R_o - H)} + \frac{S_{\theta\theta}}{2} \cdot \frac{\lambda_\theta^2}{\lambda_z^2} \quad \cdots\cdots (17)$$

本文所采用的Green's应变$E_{\theta\theta}$、E_{zz}和Kirchhoff's应力$S_{\theta\theta}$、S_{zz}分别可以由方程7、15和17求得。

在二维情况下，应变能函数$P_oW^{(2)}$是应变$E_{\theta\theta}$和E_{zz}的函数，其形式本文采用冯元桢[3]提出的指数形式：

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$P_0W^{(2)}=\frac{c}{2}exp\left[a_1(E_{\theta\theta}^2-E_{\theta\theta}^{*2})+a_2(E_{zz}^2-E_{zz}^{*2})+2a_4(E_{\theta\theta}E_{zz}-E_{\theta\theta}^{*}E_{zz}^{*})\right] \quad \cdots\cdots (18)$$

式中，c、a_1、a_2、a_4是材料常数，本文用修正的Marquart's非线性最小二乘法拟合实验数据求出。$E_{\theta\theta}^{*}$、E_{zz}^{*}是与任意一组应力$S_{\theta\theta}^{*}$、S_{zz}^{*}相对应的应变。$S_{\theta\theta}^{*}$、S_{zz}^{*}一般在生理范围内选取，本文取血管内压为13.3kPa时所对应的$S_{\theta\theta}^{*}$、S_{zz}^{*}。

结 果 和 讨 论

人冠状动脉、胸廓内动脉和大隐静脉二维载荷下的应力-应变关系见图2和图3。

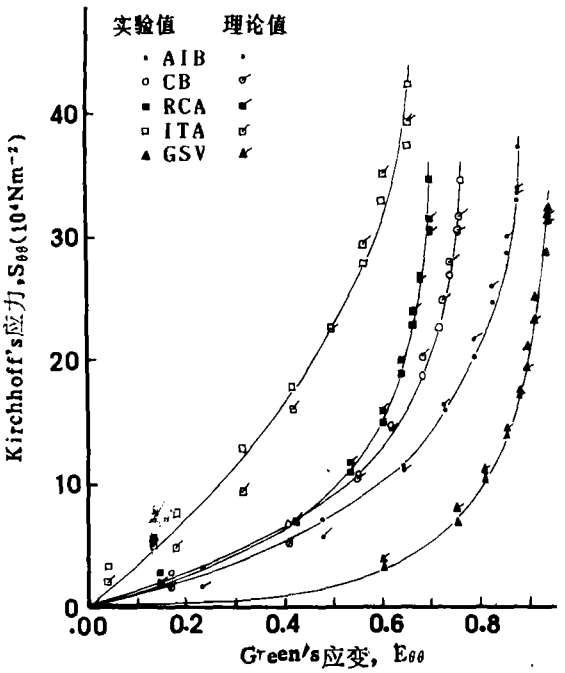


图2 人血管二维载荷下周向应力-应变关系

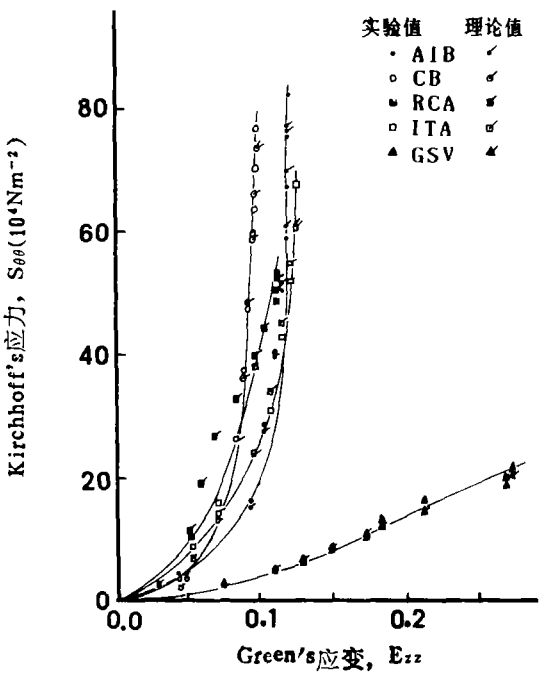


图3 人血管二维载荷下轴向应力-应变关系

上述血管的二维本构方程，以指数型应变能函数表示：

$$P_0W^{(2)}=\frac{c'}{2}exp\left[a_1E_{\theta\theta}^2+a_2E_{zz}^2+2a_4E_{\theta\theta}E_{zz}\right] \quad \cdots\cdots (19)$$

这些血管的二维材料常数c、a_1、a_2和a_4见附表。

附表 人血管二维材料常数

	C	a_1	a_2	a_4	$E_{\theta\theta}^{*}$	E_{zz}^{*}	S_{θ}^{*}	S_{zz}^{*}
	10^4Nm^{-2}	无量纲			无量纲		10^4Nm^{-2}	
前室间支	1.4214	1.6572	16.0706	1.9638	0.7899	0.1155	2.0116	5.0540
旋　支	1.1911	2.0638	19.7322	3.3167	0.6871	0.0927	1.8840	4.7646
右冠状动脉	1.5049	1.7371	6.2213	2.6151	0.6417	0.0846	1.8815	3.2831
胸廓内动脉	2.1840	1.4562	1.9463	2.7163	0.5042	0.1086	2.2778	3.1055
大隐静脉	0.9150	1.9136	1.1192	1.1257	0.8788	0.1721	1.7571	1.0473

注：$E_{\theta\theta}^{*}$、E_{zz}^{*}、$S_{\theta\theta}^{*}$、S_{zz}^{*}为血管内压力P=13.3kPa时的值。

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

本文用二维应变能函数P。W[2]表达人血管二维载荷下的应力－应变关系，得到上述材料常数c、a_1、a_2和a_4。从血管结构的观点阐述这些常数的意义，冯元桢[3]认为，血管的胶原纤维随着血管承受越来越大的应力而变直和伸长，作用于血管单位面积表面的正应力等于该面积上被伸长的纤维数N及其承受的力F之积，即S＝Nf。我们假设血管再伸长一些，应变E增加了dE，作为应变增量的响应，S的增量将是ds＝d(Nf)。比值ds/dE取决于材料的结构。如果ds/dE＝常数，材料即被认为是遵循Hook定律的。血管不服从Hook定律，可用下述关系式作为近似表达：

$$ds/dE = a\ (Nf) + 常数 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (20)$$

换言之，如果血管的应力增量与相应的应变增量之比，正比于被伸长的纤维数N及其承受的力f之积Nf，那么常数a代表这一比例常数。a_1涉及的是周向，a_2与轴向的应力增量和应变增量之比有关，a_4则表示周向和轴向之间的相互影响。常数c是决定应力轴上的比例。冠状动脉二维载荷下的应力－应变关系为进一步研究冠状循环的生物力学提供了必要的基础；在临床选用和研制人造血管等代用材料时，冠状动脉等血管的力学特性参数也颇具参考价值。

（本文部分实验在重庆大学生物工程研究中心的生物力学实验室完成，承蒙吴云鹏教授指正、王公瑞教授给予许多具体指导和帮助，谨此致谢！）

参考文献

1. 姜宗来、何光篪。人冠状动脉的生物力学特性。Ⅰ.一维载荷下的应力－应变关系。第三军医大学学报 1989；11(4)：241
2. Carew TE, et al. Compr essibility of the arterial wall. Circ Res 1968; 23:61
3. Fung YC. Bi omechanics:mechanical properties of living tissue. New York: Spring er-Verlag 1981: 196～382

（收稿：1989.1.20；修回：1989.4.3）

Biomechanical Properties of Coronary Arteries in Human. II. The Stress-Strain Relationship under Biaxial Loading

Jiang Zonglai and He Guangchi (Ho Gwangtsi) (Department of Anatomy, Third Military Medical College)

For the first pt. see ibid vol. 11, no. 4, p.241 (1989). The anterior interventricular branch and the circumflex branch of the left coronary artery, and the right coronary were excised from 7 autopsy adult subjects without heart diseases. A biaxial loading test for the vascular specimens was completed, which was simultaneously finished in the internal thoracic artery(ITA)and the great saphenous vein (GSV) of the same subjects in order to compare with the coronary arteries. Stress-strain relationships of the vessels were expressed by the exponential strain energy function. The meaning of the two-dimensional material constants for the vessels are discussed.

Key words, biomechanics; aortocoronary bypass; collagen; elastin; strain; biaxial

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net